

2017

STATISTICS

(General)

(Probability and Distribution)

Full Marks : 60

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following questions as directed :

1×7=7

তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ নিৰ্দেশ অনুসৰি উত্তৰ দিয়া :

(a) What is random experiment?

যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা কি ?

(b) If A is any independent event, then
 $P(A) + P(\bar{A}) = ?$

যদি A যি কোনো এটা স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হয়, তেন্তে
 $P(A) + P(\bar{A}) = ?$

(c) If A and B are two mutually exclusive
events, then $P(A \cup B) = ?$

যদি A আৰু B দুটা পৰস্পৰান্তৰ ঘটনা, তেন্তে
 $P(A \cup B) = ?$

(2)

- (d) Who discovered Poisson distribution?
পয়চ বৰ্ণনটো কোনে আবিষ্কাৰ কৰিছিল ?
- (e) Normal distribution is a limiting form of binomial distribution.
(Write True or False)
প্ৰসামান্য বৰ্ণন হ'ল দ্বিপদ বৰ্ণনৰ আসন্ন ৰূপ।
(সত্য নে অসত্য লিখা)
- (f) de Moivre-Laplace theorem is a particular case of central limit theorem.
(Write True or False)
দ্বি ময়ভাৰ-লাপ্লাছ উপপাদ্যটো কেন্দ্ৰীকৃত সীমাৰ উপপাদ্যটোৰ এটা বিশেষ ৰূপ।
(সত্য নে অসত্য লিখা)
- (g) Which one of the following is correct?
(Choose the correct answer)
তলত দিয়া সম্পৰ্ককেইটাৰ কোনটো শুদ্ধ ?
(শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা)
- (i) $\mu_2 = \sigma^2$
- (ii) $\mu_2 < \sigma^2$
- (iii) $\mu_2 > \sigma^2$
- (iv) None of the above
ওপৰৰ এটাও নহয়

(3)

2. Answer the following questions : 2×4=8
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :
- (a) How do you explain a trial and an event of an experiment?
কোনো এটা পৰীক্ষাৰ অভিপ্ৰয়োগ আৰু ঘটনাক কেনেকৈ ব্যাখ্যা কৰিবা ?
- (b) Write the relation between the following :
তলত দিয়াবোৰৰ সম্পৰ্ক লিখা :
- (i) μ_2 with (সৈতে) μ'_2 and (আৰু) μ'_1
- (ii) μ_3 with (সৈতে) μ'_3, μ'_2 and (আৰু) μ'_1
- (iii) μ_4 with (সৈতে) μ'_4, μ'_3, μ'_2 and (আৰু) μ'_1
- (c) State weak law of large numbers.
বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নিয়মৰ সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা।
- (d) Define probability mass function and probability density function.
সম্ভাৱিতা ভৰ ফলন আৰু সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(4)

3. Answer any three questions : $5 \times 3 = 15$

যি কোনো তিনিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) (i) Examine if A and B are two independent events, then A and \bar{B} are also independent events. 2

পৰীক্ষা কৰা যে, যদি A আৰু B দুটা স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হয়, তেন্তে A আৰু \bar{B} য়ো স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হ'ব।

(ii) What is conditional probability? When are two events A and B said to be independent? $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 3$

চৰ্তযুক্ত বা নিৰ্ভৰশীল সম্ভাৰিতা কি? দুটা ঘটনা ক্ৰমে A আৰু B ক কেতিয়া স্বতন্ত্ৰ বুলি কোৱা হয়?

(b) State and prove multiplication theorem of mathematical expectation. 5

গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ গুণ তত্ত্বটো উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(c) The first four moments of a distribution about $x = 4$ are 1, 4, 10 and 45. Show that mean is 5 and the variance is 3 and μ_3 and μ_4 are 0 and 26 respectively. 5

কোনো এটা বন্টনৰ $x = 4$ সাপেক্ষে প্ৰথম চাৰিটা ঘূৰ্ণক ক্ৰমে 1, 4, 10 আৰু 45. দেখুওৱা যে গড় হৈছে 5, প্ৰসৰণ হৈছে 3, আৰু μ_3 আৰু μ_4 ৰ মান ক্ৰমে 0 আৰু 26.

(5)

(d) (i) Find the mean of binomial distribution. 2

দ্বিপদ বন্টনৰ গড় উলিওৱা।

(ii) Find the variance of Poisson distribution. 3

পয়চ বন্টনৰ প্ৰসৰণ উলিওৱা।

(e) If X is normally distributed and the mean of X is 12 and SD is 4, then find the probability of the following : $2 + 1 + 2 = 5$

X যদি এটা প্ৰসামান্য বন্টন অনুগামী চলক হয় যাৰ গড় হৈছে 12 আৰু প্ৰামাণিক বিচলন হৈছে 4, তেন্তে তলত দিয়াবোৰৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $X \geq 20$

(ii) $X \leq 20$

(iii) $0 \leq X \leq 12$

Given that (দিয়া আছে যে)

$P(0 \leq z \leq 2) = 0.4772$ and (আৰু)

$P(0 \leq z \leq 3) = 0.49865$

4. Answer any three questions : $10 \times 3 = 30$

যি কোনো তিনিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) (i) State and prove multiplication law of probability. 5

সম্ভাৰিতাৰ পূৰণ সূত্ৰটো উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(6)

(ii) What is the probability that a leap year selected at random will contain 53 Wednesday? 5

যদুচ্ছাৰে বাছি লোৱা কোনো এটা লিপইয়েবত 53টা বুধবাৰ থকাৰ সম্ভাৰিতা কিমান?

(b) (i) Define sample space and give one example of it. $2+1=3$

প্ৰতিদৰ্শ সমষ্টিৰ সংজ্ঞা লিখা আৰু ইয়াৰ এটি উদাহৰণ দিয়া।

(ii) An experiment consists of three independent tosses of a fair coin. Let

X = the number of heads

Y = the number of head runs

Z = the length of head runs

A head run being defined as consecutive occurrence of at least two heads, its length then being the number of heads occurring together in three tosses of the coin.

Find the probability function of (1) X , (2) Y , (3) Z , (4) $X + Y$ and (5) XY and construct the probability tables. 7

কোনো এটা পৰীক্ষাত এটা নিৰ্ভুল মুদ্ৰা স্বতন্ত্ৰভাৱে তিনিবাৰ নিক্ষেপ কৰা হ'ল। ধৰা হ'ল

X = মুণ্ডৰ সংখ্যা

(7)

Y = অতিকমেও একেলগে দুটা মুণ্ড থকাৰ সংখ্যা

Z = মুদ্ৰাটোৰ তিনিওটা নিক্ষেপতে একেলগে থকা মুণ্ডৰ সংখ্যা

তলত দিয়াবোৰৰ সম্ভাৰিতা ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু সম্ভাৰিতা তালিকা প্ৰস্তুত কৰা :

(1) X , (2) Y , (3) Z , (4) $X + Y$ আৰু (5) XY

(c) (i) Define mathematical expectations of a discrete random variable and of a continuous random variable. 2

এটা বিচ্ছিন্ন চলক আৰু এটা অবিচ্ছিন্ন চলকৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(ii) If X and Y are two random variables, then deduce the covariance between them. $1\frac{1}{2}$

X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলক হ'লে সিহঁতৰ সহবিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

(8)

(iii) If X is a random variable and a is a constant, then show that

X যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয় আৰু a এটা ধ্রুবক বাশি হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

(1) $E[a\phi(X)] = aE[\phi(X)];$

(2) $E[\phi(X) + a] = E[\phi(X)] + a.$

where $\phi(X)$ is any function of X .

য'ত নেকি $\phi(X)$, X ৰ যি কোনো এটা ফলন।

(iv) If the probability density function of a random variable X is

যদি যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ ঘনত্বফলন হ'ল

$$f(x) = kx^2; 0 < x < 1$$

find (উলিওৱা)

(1) $k;$

(2) $P(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2});$

(3) $E(X)$

$$1 + 1\frac{1}{2} + 2 = 4\frac{1}{2}$$

(d) (i) Show that, in normal distribution, mean = median.

দেখুওৱা যে, কোনো এটা প্ৰসামান্য বন্টনত মাধ্য = মাধ্যিকী।

(ii) State two characteristics of normal distribution.

প্ৰসামান্য বন্টনৰ দুটা বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কৰা।

(9)

(e) (i) Write three examples of Poisson distribution.

পয়চ বন্টনৰ তিনিটা উদাহৰণ লিখা।

(ii) In a bolt factory, machines A , B and C manufacture respectively 25%, 35% and 40% of the total. Of their outputs 5, 4 and 2 percents are defective bolts. A bolt is drawn at random and found to be defective. What are the probabilities that it was manufactured by the machines A , B and C ?

কোনো এটা বস্তু প্ৰস্তুত কৰা কাৰখানাৰ মুঠ উৎপাদিত সামগ্ৰীৰ 25%, 35% আৰু 40% ক্ৰমে মেচিন A , B আৰু C য়ে প্ৰস্তুত কৰে। মুঠ উৎপাদিত সামগ্ৰীৰ ক্ৰমে 5%, 4% আৰু 2% ত্ৰুটিপূৰ্ণ (ব্যৱহাৰৰ অনুপযোগী) বস্তু পোৱা গ'ল। এটা বস্তু যাদৃচ্ছিকভাৱে লোৱা হ'ল আৰু দেখা গ'ল যে সেইটোও ত্ৰুটিপূৰ্ণ। এই ত্ৰুটিপূৰ্ণ বস্তুটো ক্ৰমে মেচিন A , B আৰু C য়ে প্ৰস্তুত কৰাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।
